

河道における流れを考慮した  
波の変形計算と解析



## 1 波高の増大が沿岸域に与える影響

波と流れの干渉に関して過去に多くの研究が存在しており，特徴的な現象としては波高の増大や wave blocking 現象等があげられる．沿岸流に着目する場合，radiation stress を導入して wave set up や wave set down を考慮することで波の効果を考慮する解析や，Boussinesq 方程式等により分散関係を考慮した解析が行われてきている．流れが波に及ぼす影響について検討した研究は多く存在するが，実際の波の場に対して検討した調査・研究は少ない．例としては，甲斐田ら（2014）により離岸流の流れが波により抑制される等を定量的に評価した研究があげられるが，河床勾配を持つ河道内における波と流れの相互干渉に関する研究例はより少なくなる．波と流れを考慮できる鉛直積分型の方程式としては，上述の Boussinesq 方程式をあげることができるが，底面におけるせん断力を推定するために必要な水平流速の鉛直分布を再現出来るモデルとして，強非線形強分散波方程式 (FSI model) (Kakinuma, 2001; Nakayama and Kakinuma, 2010) が提案されている．FSI model の大きな特徴として，波と流れが共存しても運動方程式と連続式を完全に満たすことが出来る点があげられることから，本研究では，FSI model を利用して河道における波と流れの相互干渉に関する検討を行うこととした．

## 2 モデル方程式

本研究では，多層モデルとして開発された強非線形強分散波動方程式モデル（Fully-nonlinear and Strongly-dispersive Internal wave model : FSI model）（Kakinuma,2001；Nakayama et al.,2010；中山2015）を利用し，表面波を対象とした解析を実施し，河道における波と流れの相互干渉に関する検討を行う

FSI modelは中山ら（Nakayama et al.,2010）によって示されている通り，多層の内部波を対象とした方程式である．本研究では，その方程式を表面波に利用するため，上層を空気，下層を水とする2層システムを適用し，上層の空気の層の上端を鉛直座標ゼロとして取り扱った．対象とする表面波は上下層の間に存在することから，より高次の展開を利用すると，速度ポテンシャルを鉛直座標のべき乗の関数として再現した場合，桁落ちによる数値的な誤差が発生する可能性がある．そこで本論文では，密度界面である表面波が中立な状態において存在する位置を，鉛直座標のゼロと定義する方程式系を利用した．

$i$ 層目の界面における変位を  $z = \eta_{i,j}$ ，その他の値を図-1のとおり定義すると， $i$ 層目における汎関数は式(3.1)で与えられる．

$$F_i[\phi_i, \eta_{i,j}] = \int_{t_0}^{t_1} \int_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + \frac{p_{i-j} + P_i}{\rho_i} \right\} dz dA dt \quad (1)$$

ここで， $\phi_i$ ： $i$ 層における速度ポテンシャル， $g$ ：重力加速度， $\rho_i$ ： $i$ 層の密度， $p_i$ ： $i$ 層下面の圧力， $P_i$ ： $i$ 層上面の座標系に応じた静水圧成分である．

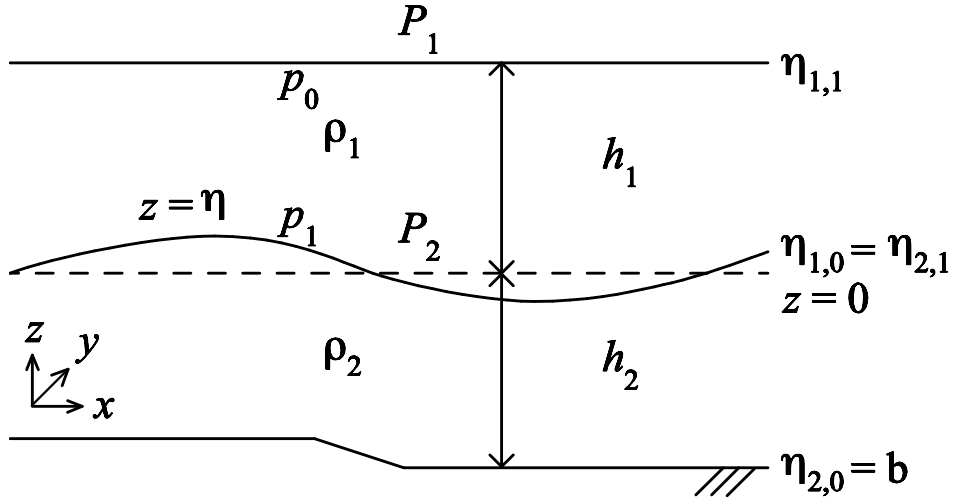


図1 FSI modelの概念図.

速度ポテンシャルを式(2)のとおり鉛直座標系で展開して再現できるものと仮定すると, 式(3)および式(4)で示される Euler-Lagrange 方程式が得られる.

$$\phi_i(x, z, t) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} Z_{i,\alpha} \{z, h_i(x)\} f_{i,\alpha}(x, t) \quad (2)$$

$$Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,1}} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,0}} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \left( \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} Z_{i,\alpha} Z_{i,\beta} dz \nabla f_{i,\beta} \right) - \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \frac{\partial Z_{i,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\beta}}{\partial z} dz f_{i,\beta} = 0 \quad (3)$$

$$Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}} \nabla f_{i,\beta} \nabla f_{i,\gamma} + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} f_{i,\beta} f_{i,\gamma} + g \eta_{i,j} + \frac{p_{i-j} + P_i}{\rho_i} = 0 \quad (4)$$

ここで,  $Z_{i,\alpha}$ :  $i$ 層目における $\alpha$ の鉛直分布関数,  $f_{i,\alpha}$ :  $i$ 層目における $\alpha$ に対する重み,  $\alpha$ および $\beta$ : 総和規約である.

式(2)における  $Z_{i,\alpha}$  を式(5)のとおり鉛直座標のべき乗の関数として定義することにより，FSI modelの方程式が式(6)から式(9)で与えられる．

$$Z_{i,\alpha} = z^\alpha \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \eta^\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla (\eta^{\alpha + \beta + 1} \nabla f_{1,\beta}) \\ - \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta - 1} \eta^{\alpha + \beta - 1} f_{1,\beta} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \eta^\beta \frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta^{\beta + \gamma} \nabla f_{1,\beta} \nabla f_{1,\gamma} + \frac{\beta \gamma}{2} \eta^{\beta + \gamma - 2} f_{1,\beta} f_{1,\gamma} \\ + g \eta + \frac{p_1}{\rho_1} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta^\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{\alpha + \beta + 1} \nabla \{ (\eta^{\alpha + \beta + 1} - b^{\alpha + \beta + 1}) \nabla f_{2,\beta} \} \\ - \frac{\alpha \beta}{\alpha + \beta - 1} (\eta^{\alpha + \beta - 1} - b^{\alpha + \beta - 1}) f_{2,\beta} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \eta^\beta \frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta^{\beta + \gamma} \nabla f_{2,\beta} \nabla f_{2,\gamma} + \frac{\beta \gamma}{2} \eta^{\beta + \gamma - 2} f_{2,\beta} f_{2,\gamma} \\ + g \eta + \frac{p_1}{\rho_2} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで， $b$ ：2層目における底面位置である．

式(5)から式(9)は，式(9)において静水圧成分を無視できるようになった点が過去の方程式(Nakayama et al.,2010)と異なるだけであり，過去の研究(Nakayama et al.,2010)による多層における数値計算スキームの適用は容易であるため，本論文では計算スキームに関しての記載は省略する．なお，自由表面を再現するために，上層は空気，下層は水の密度を与えて計算を実施した．

### 3. 3 解析条件と解析結果

FSI modelにより波と流れの相互干渉については、海底勾配がゼロにおける波と流れとの干渉計算を行った。水深 2 m、非線形な波への流れの影響も評価するため周期と振幅はそれぞれ 20 s と 12 s および 0.1 m と 0.005 m とし、流速は  $1 \text{ m s}^{-1}$  を与えた (図 2(a)(b) と 図 3(a)(b))。第 4 章でも示す通り、海底勾配のみの変化では第 4 章と同様の結果を得られたが、波向きと逆方向に流れを与えた場合、波長が短くなり振幅が増大していた。これは、非線形なソリトン分裂が発生する場合においても同様な結果を得ることが出来た (図 3(a)(b))。本研究で対象としている河道における波と流れの影響評価を行うため水深 2 m、河道勾配 1/2000、摩擦抵抗係数 0.01、波が存在しない場合は流速約  $1 \text{ m s}^{-1}$ 、フルード数 0.22 の条件を与えた。図 2(c) および 図 3(c) で示されている波形では、海底勾配ゼロのケースと比較しやすくするため、河道勾配の効果が取り除かれている。興味深いことに、河道勾配を考慮して流れを与えることにより、流れが存在しない場合に比較して振幅が小さくなり、波長が長くなることが分かった。その影響は非線形性の強いソリトン波でも同様に発生していた。河道勾配を考慮することにより、波のエネルギーが位置ポテンシャルに変換されたために振幅の減少、波長の増大が発生し、その結果、波速が増大したものと考えられる。続いて、河川流が流れ込んでいる港湾における波と流れの干渉に関する検討を行うため、北海道東部に位置し、波浪により河口部において大振幅の波が発生しているオコツナイ川周辺の不規則波を考慮した再現計算を実施した。入射波高 2 m、周期 8.7 s、波向北東、潮位 TP+1.5 m、 $S_{\max}$  75、成分波数 512、全メッシュ領域  $390 \times 490$ 、メッシュ間隔 2 m、計算時間ステップ 0.01 s、並列計算用 CPU12 個とした。単純な地形での計算結果と同様に、河道勾配を考慮して流れ (流速約  $1 \text{ m s}^{-1}$ ) を発生させた場合 (図 5)、河道内において波高が減衰しており、流れを考慮しない場合 (図 4) の方が、河道下流端付近における最高水位の範囲が大きくなっている (図 4 赤丸)。一方、河川流が急激に広がり水面勾配がほぼフラットになっている領域

では、流れの影響により最高水位の範囲が大きくなっていた(図 5 青丸)。

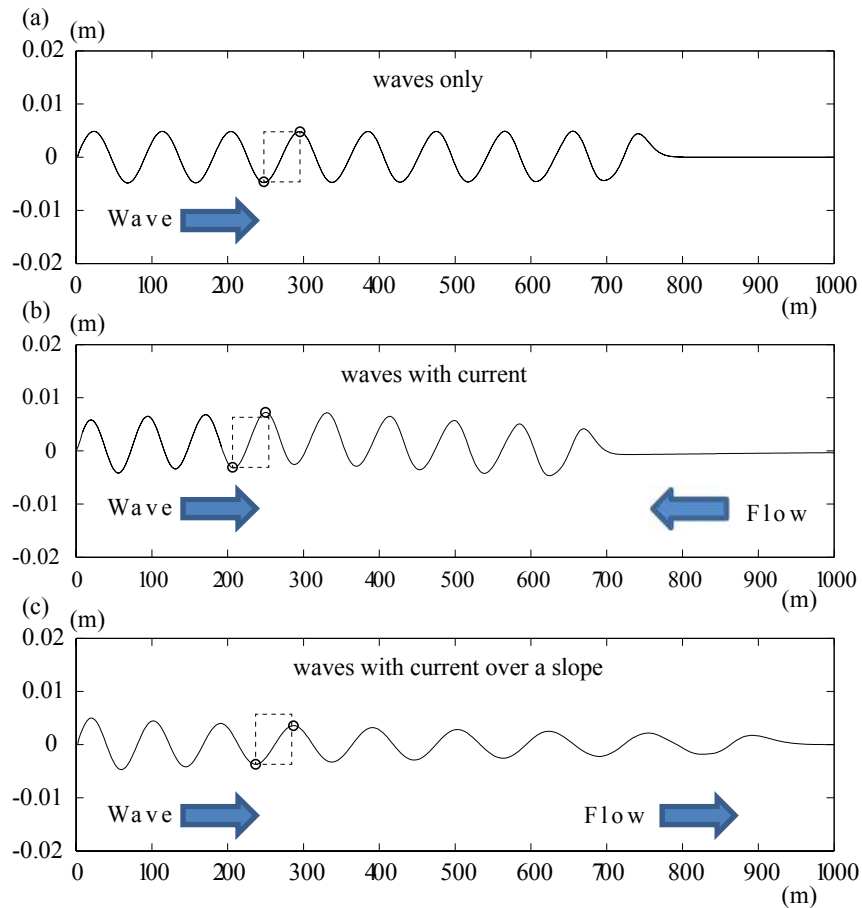


図 2 水深 2 m, 周期 20 s, 振幅 0.005 m を左境界から与え 170 秒経過した後の波形分布. 初期中立水面位置が 0 m で示されている. 実線: 水表面位置. 破線: 条件(a)における左境界から 4 波目の最低および最大水面位置. ○: 左境界から 4 波目の最低および最大水面位置.

(a) 底面勾配ゼロで流れなし. (b) 底面勾配ゼロで右から左への流れを考慮. (c) 底面勾配 1/2000 で右から左への流れを考慮.



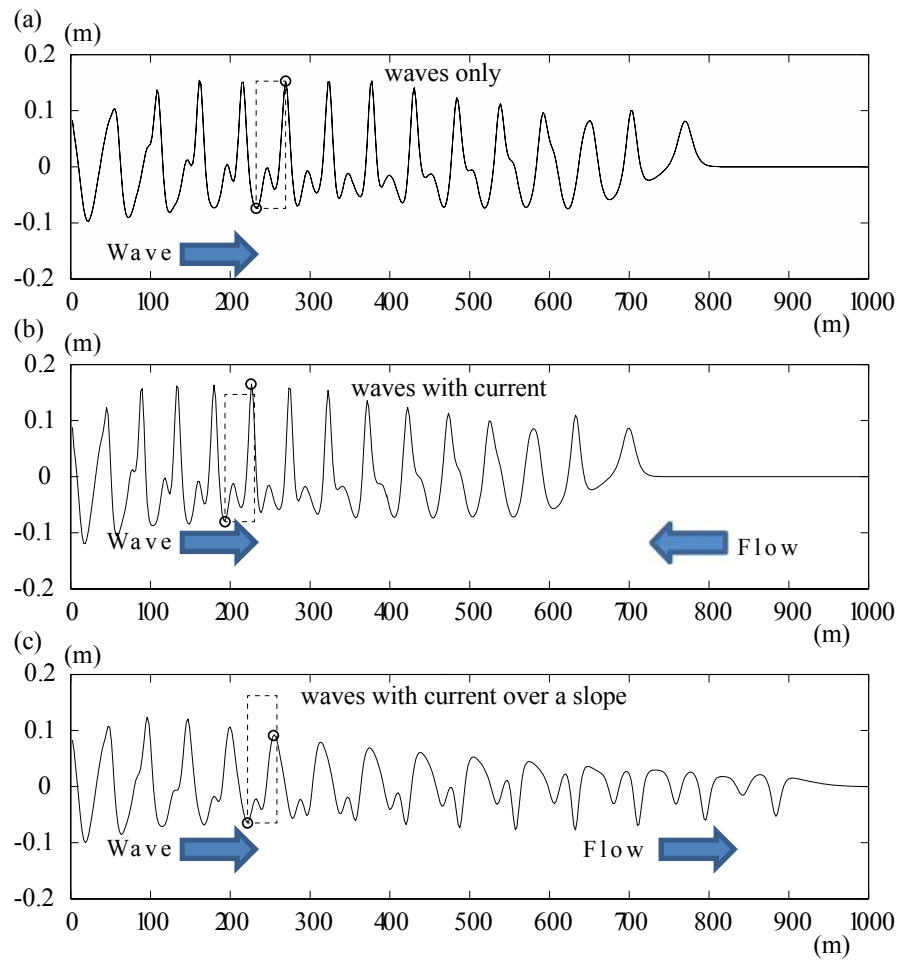


図 3 水深 2 m，周期 12 s，振幅 0.1 m を左境界から与え 170 秒経過した後の波形分布．初期中立水面位置が 0 m で示されている．実線：水表面位置．破線：条件(a)における左境界から 4 波目の最低および最大水面位置．○：左境界から 4 波目の最低および最大水面位置．  
 (a) 底面勾配ゼロで流れなし．(b) 底面勾配ゼロで右から左への流れを考慮．(c) 底面勾配 1/2000 で右から左への流れを考慮．

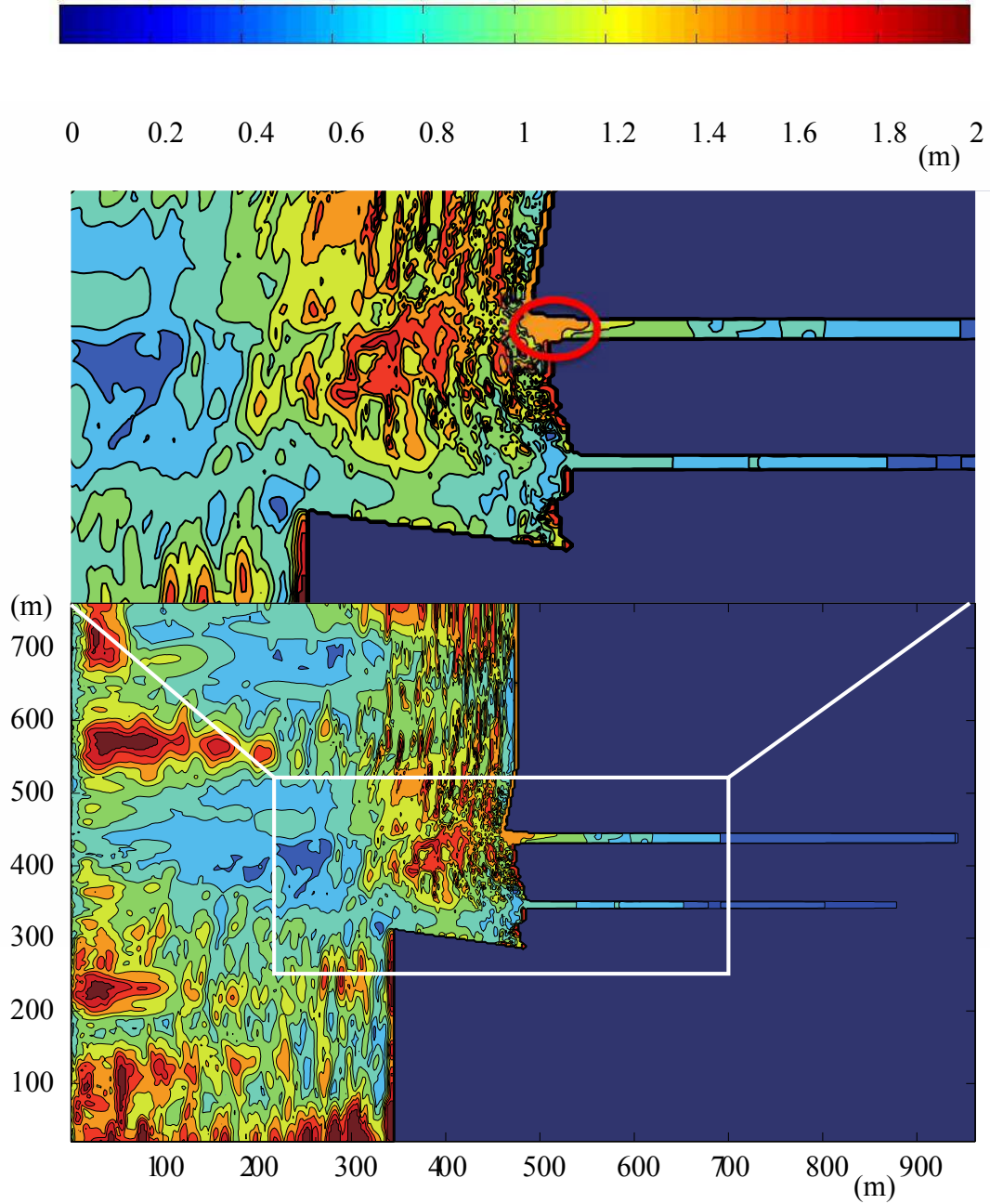


図 4 河道における流れを考慮しない最高水位の計算結果．左側境界から不規則波が与えられている．

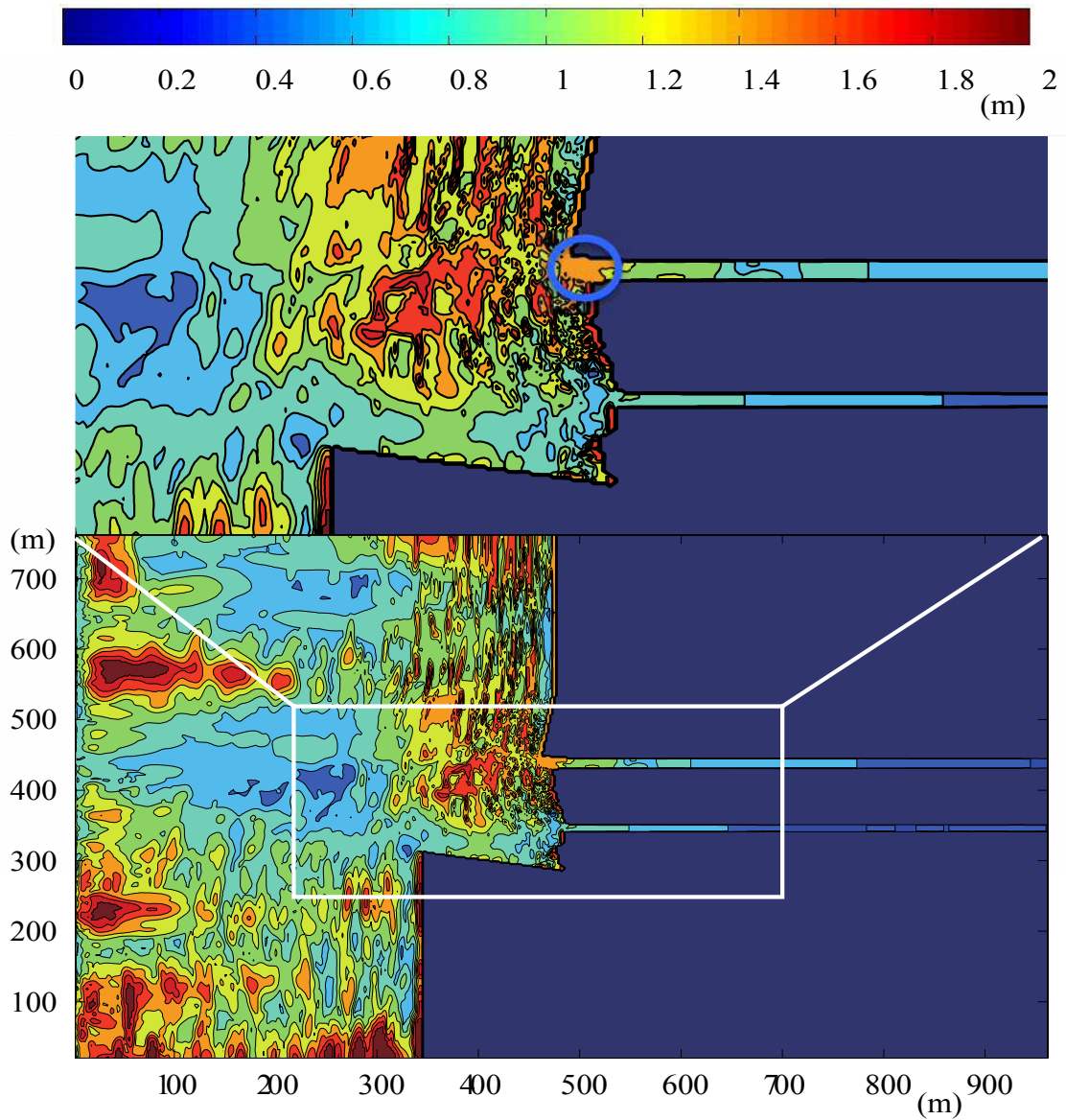


図 5 河道における流れを考慮した最高水位の計算結果．左側境界から不規則波が与えられている．

## 4 まとめ

FSI model を用いて波と流れの相互干渉に関する検討を行った結果、海底勾配がゼロである場合と比べ、海底勾配を考慮することで、振幅と波長に影響を及ぼすことが分かった。 今後は、出水期と非出水期において現地観測を行い、解析モデルの適合確認を行うと共に、再現性を高めていく必要がある。

【参考論文】

- 1) 佐藤之信, 吉江祐人, 中山恵介, 柿沼太郎, 駒井克昭: 河川津波の進行・発達と河道内における変形に関する解析, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.69, No.2, pp. I\_161-I\_165, 2013.
- 2) 中山恵介: 強非線形強分散波動方程式によるソリトン共鳴解析, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.71, No.2, pp. I\_161-I\_165, 2015.
- 3) Kakinuma, T.: A set of fully nonlinear equations for surface and internal gravity waves, Proc. of the 5th Int. Conf. on Computer Modelling of Seas and Coastal Regions, WIT Press, pp.225-234, 2001.
- 4) Nakayama, K. and Kakinuma, T.: Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, Int. J. Num. Method. Fluids, Vol.62, pp.574-590, 2010.